1. Hallar el número de ceros en que termina 2014!

Se recuerda que $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (N-1) \cdot N$

El número de ceros en los que termina un número es igual a la mayor potencia de 10 que lo divide. Como $10 = 2 \cdot 5$, tenemos que determinar la mayor potencia de 5 y de 2 que divide a 2014!.

Cada múltiplo de 5 inferior a 2014 contribuye en una unidad, al menos, en el exponente final de 5 en 2014!:

$$5, 10, 15, 20, 25, ..., 2010$$

En total hay 402 múltiplos de 5.

Pero 25 y todos sus múltiplos contribuyen con una unidad más, al menos:

$$25, 50, 75, 100, 125, ..., 2000$$

En total hay 80 múltiplos de 25.

Pero 125 y todos sus múltiplos contribuyen con una unidad más, al menos:

$$125, 250, 375, 500, 625, ..., 2000$$

En total hay 16 múltiplos de 125.

Pero 625 y todos sus múltiplos con una unidad más:

$$625, 1250, 1875$$

En total hay 3.

La siguiente potencia de 5 es 3125, que ya es mayor que 2014. Por tanto, el exponente de 5 en 2014! es la suma de los anteriores, es decir 501.

Necesitamos saber ahora si hay al menos 501 factores de 2 en el desarrollo de 2014!, que unidos con los factores de 5 anteriores formen las potencias de 10 que divide a 2014! Pero es trivial porque hay 1007 factores pares en ese número.