



Departamento de  
Matemáticas

# EVALUACIÓN INICIAL EN EL GRADO EN MATEMÁTICAS

## (Estudio del perfil de ingreso)

Quico Benítez

Curso 2011/2012



# Índice

<b>1</b>	<b>Motivación y contenido</b>	<b>3</b>
1.1	Introducción	3
1.2	¿Cómo hemos evaluado?	4
1.3	¿Qué contenidos hemos evaluado?	4
1.3.1	Números	4
1.3.2	Expresiones algebraicas	4
1.3.3	Trigonometría	4
1.3.4	Exponencial y logaritmo	5
1.3.5	Álgebra lineal	5
1.3.6	Geometría lineal	5
1.3.7	Funciones: límites y continuidad	5
1.3.8	Derivadas	5
1.3.9	Integrales	5
1.4	¿Para qué utilizamos la información?	5
<b>2</b>	<b>Resultados</b>	<b>7</b>
2.1	Medias y calificaciones globales	7
2.2	Resultados por bloques	9
2.3	Gráficas comparativas con los pasados cursos	13
2.4	Estimación	14
<b>3</b>	<b>Análisis de ítems</b>	<b>16</b>
3.1	Conclusiones sobre el grupo	16
3.2	Números	17
3.2.1	Números: Conocimientos	17
3.2.2	Números: Procedimientos	18
3.2.3	Números: Razonamientos	19
3.3	Expresiones algebraicas	20
3.3.1	Expresiones algebraicas: Conocimientos	20
3.3.2	Expresiones algebraicas: Procedimientos	21
3.3.3	Expresiones algebraicas: Razonamientos	22
3.4	Trigonometría	23
3.4.1	Trigonometría: Conocimientos	23
3.4.2	Trigonometría: Procedimientos	24
3.4.3	Trigonometría: Razonamientos	25
3.5	Exponencial y logaritmo	26
3.5.1	Exponencial y logaritmo: Conocimientos	26
3.5.2	Exponencial y logaritmo: Procedimientos	27
3.5.3	Exponencial y logaritmo: Razonamientos	28
3.6	Álgebra lineal	29
3.6.1	Álgebra lineal: Conocimientos	29
3.6.2	Álgebra lineal: Procedimientos	30
3.6.3	Álgebra lineal: Razonamientos	31
3.7	Geometría lineal	32

3.7.1	Geometría lineal: Conocimientos.....	32
3.7.2	Geometría lineal: Procedimientos.....	33
3.7.3	Geometría lineal: Razonamientos.....	34
3.8	Funciones: límites y continuidad.....	35
3.8.1	Funciones: límites y continuidad: Conocimientos.....	35
3.8.2	Funciones: límites y continuidad: Procedimientos.....	36
3.8.3	Funciones: límites y continuidad: Razonamientos.....	37
3.9	Derivadas.....	38
3.9.1	Derivadas: Conocimientos.....	38
3.9.2	Derivadas: Procedimientos.....	39
3.9.3	Derivadas: Razonamientos.....	40
3.10	Integrales.....	41
3.10.1	Integrales: Conocimientos.....	41
3.10.2	Integrales: Procedimientos.....	42
3.10.3	Integrales: Razonamientos.....	43

# 1. Motivación y contenido.

## 1.1. Introducción

El estudio del perfil de ingreso que realizamos en los pasados cursos 2009-10 y 2010-11 nos permitió corroborar el nivel poco satisfactorio con el que acceden los alumnos, sobre todo en razonamientos, y que intuimos año tras año. De nuevo, en el presente curso, nos encontramos con resultados muy similares que confirman el nivel de acceso. El fracaso de una parte importante de los alumnos en las asignaturas de primer curso nos obligan a reforzar nuestra metodología para tratar de motivar a los que acceden con menos preparación, dando mayores oportunidades de aprendizaje pero sin poner en riesgo el justo nivel que deben alcanzar en cada asignatura.

Reiteramos que, aunque hemos detectado que algunas preguntas de los cuestionarios podrían escapar al nivel con el que se están impartiendo algunos contenidos en el bachillerato, hemos preferido no cambiarlas con el fin de que nos sirvan para realizar una debida comparación entre los ingresados en cursos distintos. Podemos adelantar que, en el estudio comparativo con los pasados cursos, los resultados en los distintos bloques evaluados son similares, aunque no iguales, y se repiten casi los mismos errores.

## 1.2. ¿Cómo hemos evaluado?

Hemos evaluado los estudios previos del alumno por bloques de contenidos y mediante ejercicios clasificados en tres grupos:

**conocimientos:** en los que se evalúa el conocimiento que el alumno tiene de conceptos y resultados.

**procedimientos:** en los que se evalúa la ejecución efectiva de los procedimientos de cálculo.

**razonamientos:** en los que se evalúa la capacidad del alumno para encontrar la solución a un problema mediante la deducción cuando no resulta de la aplicación directa de un procedimiento o resultado estándar.

Por cada bloque, se han elaborado tres cuestionarios en Moodle de 5 preguntas, que el alumno/a podrá responder a través del aula virtual. Las preguntas son cerradas de cuatro alternativas y cortas; en el sentido de no mezclar en las preguntas más de un conocimiento que oculten la deficiencia. Se ha insistido a los alumnos para que no respondan si desconocen la respuesta, con ello podremos distinguir entre el desconocimiento u olvido y el error conceptual.

Las preguntas se han valorado de forma que eviten (al menos en probabilidad) la elección aleatoria de las respuestas; por ello, si el valor asignado a una pregunta correcta es 100% restaremos el 33% a las incorrectas, ya que son 4 las alternativas y sólo una la correcta. Una vez hechas las medias sobre 10, obtenemos información de los tres aspectos (conocimientos, procedimientos y razonamientos) en cada uno de los nueve bloques de contenidos, en total 27 notas, tanto a nivel individual como del grupo de alumnos de nuevo ingreso.

Además, hemos obtenido otras tres notas por alumno: nivel de conocimientos general, teniendo en cuenta los nueve bloques, y lo mismo de los niveles de procedimientos y razonamientos.

Mediante el análisis de los ítems que mayor número de alumnos no ha respondido correctamente, hemos encontrado los errores conceptuales, o de procedimiento, que más se repiten en el grupo y en los que, por tanto, más deberemos insistir.

## 1.3. ¿Qué contenidos hemos evaluado?

Básicamente, nos interesa todo lo necesario para abordar las asignaturas de primer curso del Grado y que los alumnos han estudiado, o debieran haberlo hecho, en la enseñanza no universitaria:

### 1.3.1 Números.

Números racionales e irracionales. Operaciones con fracciones. Potencia y radicación. Desigualdades y valor absoluto. Números factoriales y combinatorios. Factorización: mcd y mcm.

### 1.3.2 Expresiones algebraicas.

Polinomios: raíces, factorización y operaciones. Operaciones con fracciones algebraicas. Potencia y radicación. Desigualdades y valor absoluto. Ecuaciones algebraicas.

### 1.3.3 Trigonometría.

Ángulos. Razones trigonométricas: identidades fundamentales. Fórmulas relativas a la suma de ángulos y ángulo doble. Simplificación de expresiones. Ecuaciones trigonométricas.

#### 1.3.4 Exponencial y logaritmo.

Exponencial: concepto y propiedades. Logaritmo: concepto y propiedades. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

#### 1.3.5 Álgebra lineal.

Cálculo matricial. Determinantes: propiedades y cálculo. Sistemas de ecuaciones lineales: estudio y resolución.

#### 1.3.6 Geometría lineal.

Vectores en el plano. Recta en el plano: ecuaciones y posiciones relativas. Distancias y ángulos en el plano. Vectores en el espacio. Recta en el espacio: ecuaciones y posiciones relativas. Planos: ecuaciones y posiciones relativas. Distancias y ángulos en el espacio.

#### 1.3.7 Funciones: límites y continuidad.

Funciones elementales: dominio y gráficas. Signo de la función. Cálculos elementales de límites. Límites laterales. Asíntotas. Continuidad.

#### 1.3.8 Derivadas.

Derivada: definición y cálculo. Recta tangente y normal. Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos absolutos y relativos. Concavidad y convexidad. Regla de L'Hôpital.

#### 1.3.9 Integrales.

Cálculo de primitivas: inmediatas, cambio de variable, funciones racionales (con raíces reales simples y múltiples en el denominador). Integración por partes. Integral definida: regla de Barrow. Cambio de variable en la integral definida. Cálculo de áreas mediante la integral.

### 1.4. ¿Para qué utilizamos la información?

- **Para conocer el perfil de ingreso de los nuevos estudiantes.**

Los resultados nos muestran la tipología de los estudiantes y estimamos que, para superar las asignaturas de matemáticas, un estudiante debe pertenecer a alguno de los tres tipos siguientes:

1. Tiene un nivel satisfactorio en los tres aspectos evaluados: conocimientos, procedimientos y razonamientos. Esto debería significar que su nivel de trabajo y su capacidad de razonamientos son satisfactorios.
2. Tiene un alto nivel de conocimientos y maneja con soltura los procedimientos. Esto, creemos, pondrá de manifiesto que es un estudiante con una gran capacidad de trabajo y, aunque su nivel de razonamiento no sea adecuado, podrá compensar con su nivel de trabajo para llegar a tener éxito en todas las asignaturas.
3. Tiene una gran capacidad de razonamiento y maneja los procedimientos básicos. Creemos que esto suele ocurrir en estudiantes con pocos hábitos de estudio pero que han compensado y podrán seguir compensando con una buena inteligencia pero con un incremento de su nivel de trabajo. No son pocos los/as alumnos/as de este tipo que acceden a nuestra carrera. Equivocados o no, piensan que las matemáticas pueden aprenderse con pocas horas de trabajo,

ya que así han seguido sus estudios de matemáticas en la enseñanza no universitaria, sin apenas tocar un libro. Ahora, esperan poder terminar los estudios de matemáticas con el mismo proceder.

- **Para que los estudiantes conozcan su nivel, tanto individual como del grupo, y sus deficiencias.** Es importante que cada estudiante no sólo conozca sus lagunas si no que pueda compararse con el resto de la clase. Para cada uno de los bloques puede saber cuál es su nivel y el del grupo de compañeros/as y, para ello, traducimos sus calificaciones, por cada aspecto global, en percentiles (que un alumno tenga un percentil P, en determinado bloque, significa que ha obtenido una calificación mayor que el P% de sus compañeros).

Por cada bloque, se seleccionará un conjunto de ejercicios para que cada alumno/a pueda ponerse al día en los bloques en los que ha obtenido una calificación no satisfactoria.

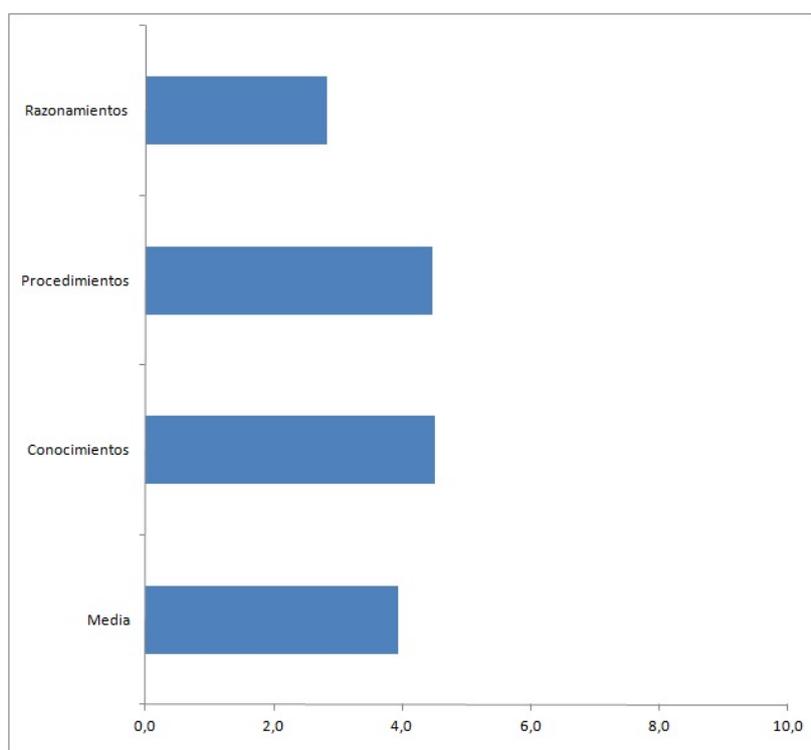
- **Para que los profesores/as conozcan el nivel de partida de la clase y las deficiencias.** Como ya apuntábamos, se debe ajustar la metodología y el punto de partida de los contenidos al nivel de la clase, pero además tendremos la oportunidad de realizar las tareas, semanales o quincenales, adaptadas al nivel y deficiencias de cada alumno/a.

## 2.

## Resultados

### 2.1. Medias y calificaciones globales

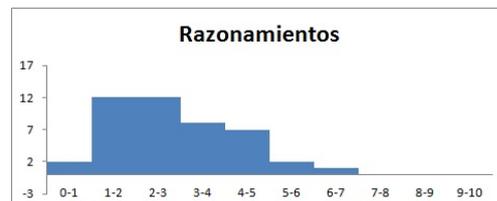
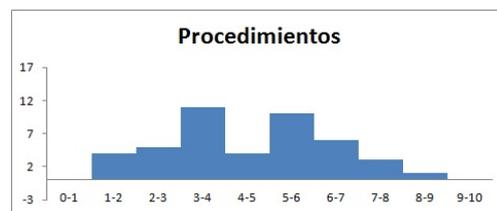
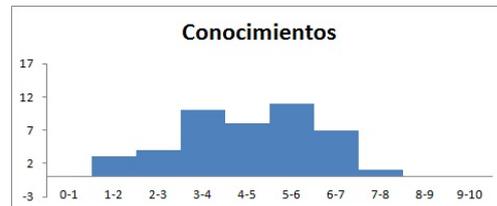
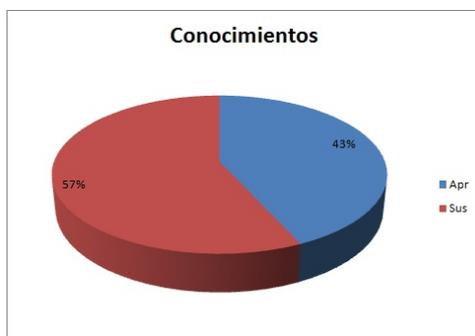
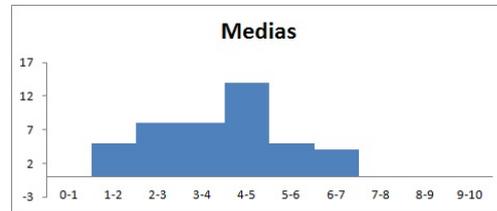
El deficiente nivel en matemáticas con el que acceden los alumnos a la universidad y, especialmente, al grado en matemáticas, queda confirmado al obtenerse una media global de 3,9 con una desviación de 1,4 (el pasado curso fue de 3,8 y una desviación de 1,6).



Ya hace algunos años que, nuestros compañeros de bachillerato, nos vienen alarmando del descalabro que se ha ido produciendo en la formación matemática, con las sucesivas reformas del sistema educativo. Pero no sólo eso ha sido el motivo: no se puede olvidar la presión sufrida por el profesorado para obtener resultados acordes con las políticas encaminadas a disminuir el fracaso escolar y que se tradujeron en una drástica bajada del nivel de exigencia. O como olvidar la indisciplina de padres, madres, alumnos y alumnas sin que el profesorado cuente con los mínimos para contrarrestarlas y posibilitar un entorno adecuado para el aprendizaje.

Pero al margen de los motivos, aquí está el resultado y éste es nuestro punto de partida: debemos poner un especial interés en conocer como nos llegan nuestros/as estudiantes y debemos esforzarnos en conseguir que los alumnos/as adquieran el nivel adecuado, ayudándoles a superar sus deficiencias pero sin poner en riesgo nuestros objetivos.

Como en los pasados cursos los mejores resultados se obtienen en procedimientos, seguido del de conocimientos y a distancia, el de razonamientos.

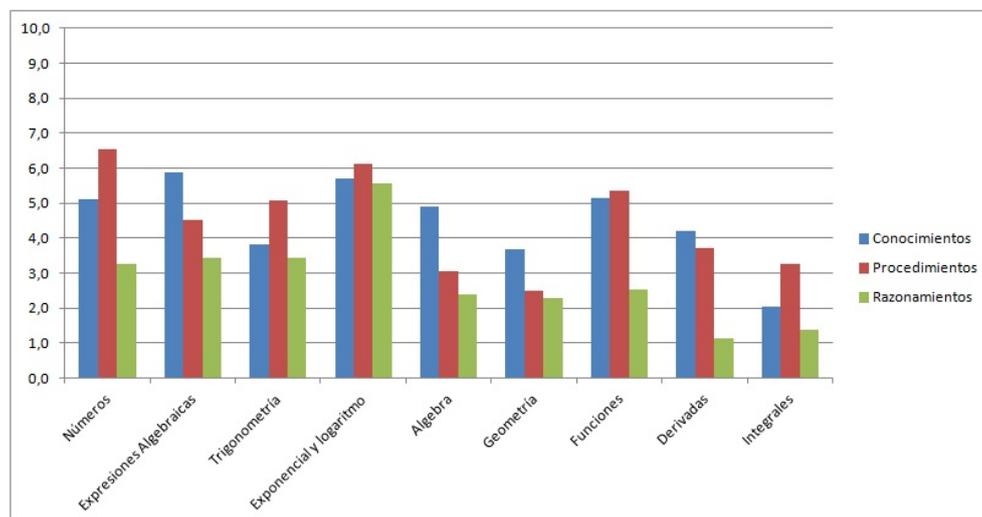
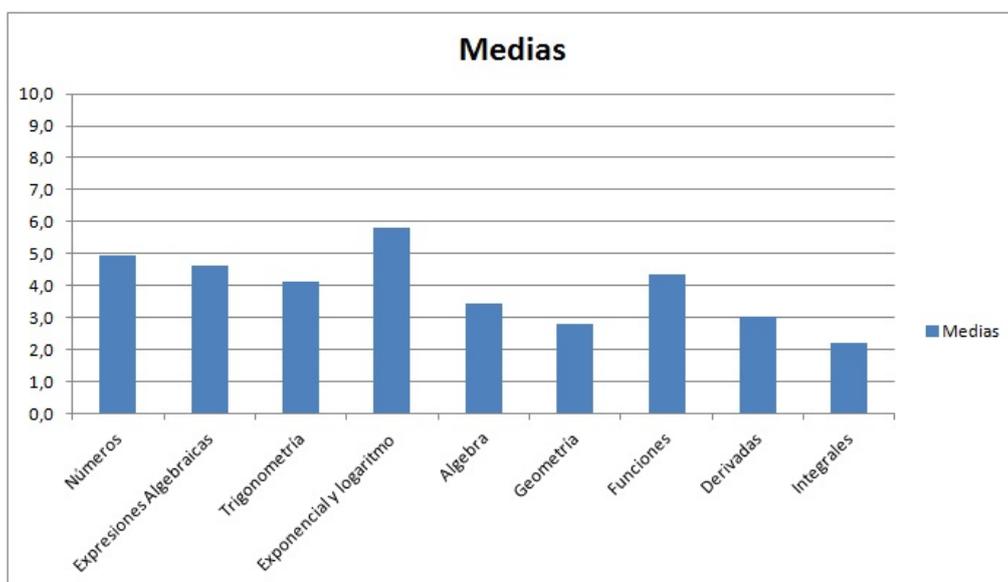


## 2.2. Resultados por bloques

En el siguiente gráfico aparecen representados los resultados del grupo de alumnos de nuevo ingreso en cada una de los bloques de contenidos evaluados.

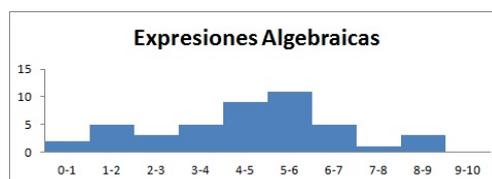
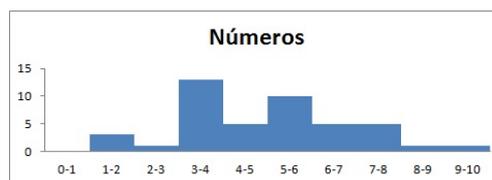
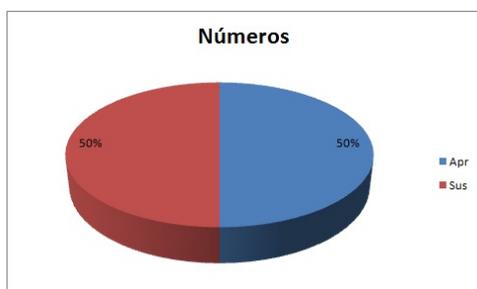
Como en los pasados cursos, sólo aprueban los bloques dedicados a números y al de exponenciales y logaritmos, el resultado insatisfactorio en el resto de los temas está justificado principalmente por las preguntas de razonamientos. Hay que subrayar, no obstante, que el fracaso en bloques como el de álgebra o geometría se justifican por la falta de asimilación, porque, aunque estén más cercanas en el tiempo, los alumnos/as no han tenido tiempo de asimilar los contenidos. De hecho, como puede observarse en el análisis de ítems, la geometría del espacio ha sido aprendida con procedimientos y no con razonamientos, y al olvidar esos procedimientos ya no son capaces de resolver algunos problemas aun conociendo las herramientas necesarias.

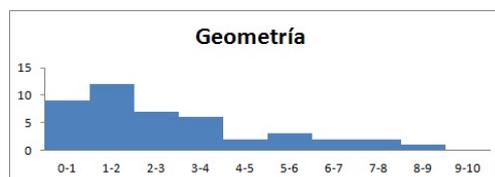
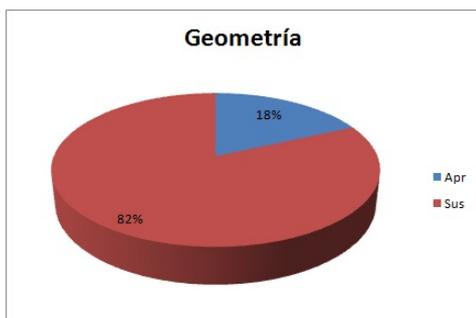
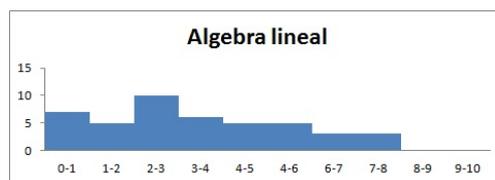
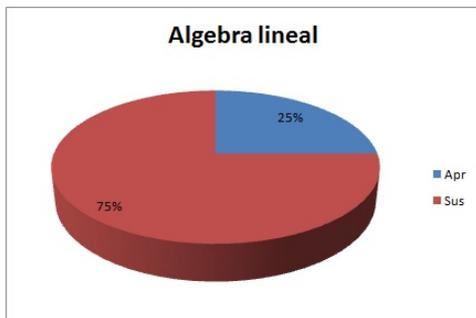
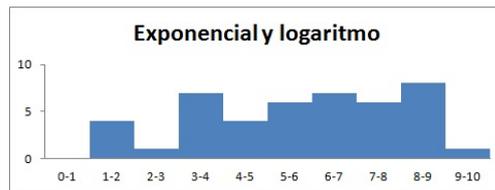
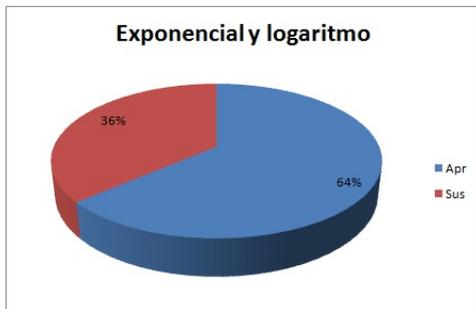
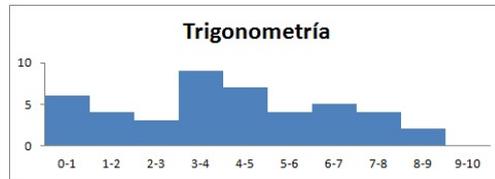
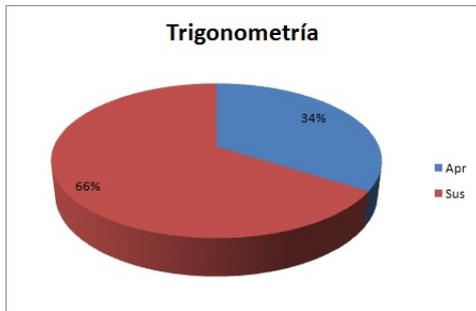
Por otro lado, el resultado en trigonometría lo justificamos por el hecho de que están más alejados en el tiempo y no se han trabajado suficientemente esos contenidos en segundo de bachillerato. El caso de las integrales es suficientemente conocido: un buen número de los/as estudiantes vieron estos contenidos, por primera vez, en segundo de bachillerato y, en algunos casos, sólo como preparación para las pruebas de selectividad.

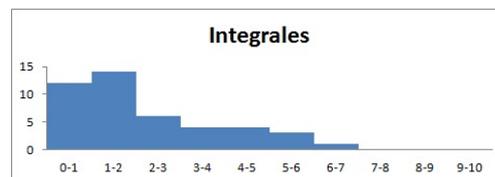
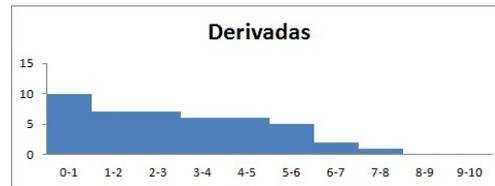
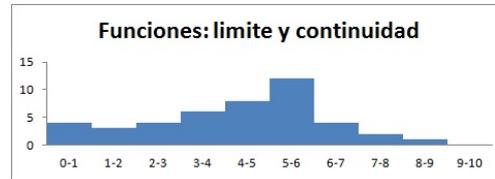
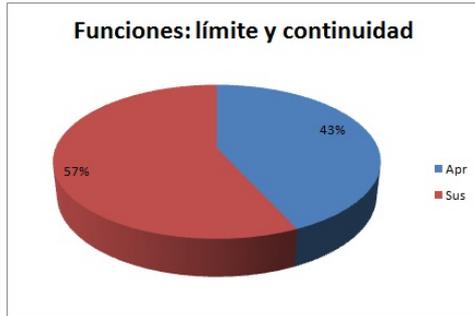


Los contenidos de los diferentes bloques serán parte de algunas de las asignaturas del primer curso del Grado (ver tabla siguiente). Ya que la profundización será mayor y quizás el tiempo previsto para abordarlos no sea el suficiente, el nivel de preparación de partida de cada alumno tendrá bastante influencia en los resultados de las asignaturas. A menor nivel de preparación debería corresponder un mayor nivel de dedicación, en particular, los que comiencen con un nivel deficiente, deben realizar ejercicios específicos que le ayuden a superarlo.

Bloque	Asignatura(s)
Números	Estructuras básicas del álgebra, Matemática discreta, Cálculo infinitesimal I
Expresiones algebraicas	Estructuras básicas del álgebra, Matemática discreta, Cálculo infinitesimal I
Trigonometría	Cálculo infinitesimal I
Exponencial y logaritmo	Cálculo infinitesimal I
Álgebra lineal	Álgebra lineal
Geometría	Geometría lineal
Funciones	Estructuras básicas del álgebra, Cálculo infinitesimal I y II
Derivadas	Cálculo infinitesimal II
Integrales	Cálculo infinitesimal II

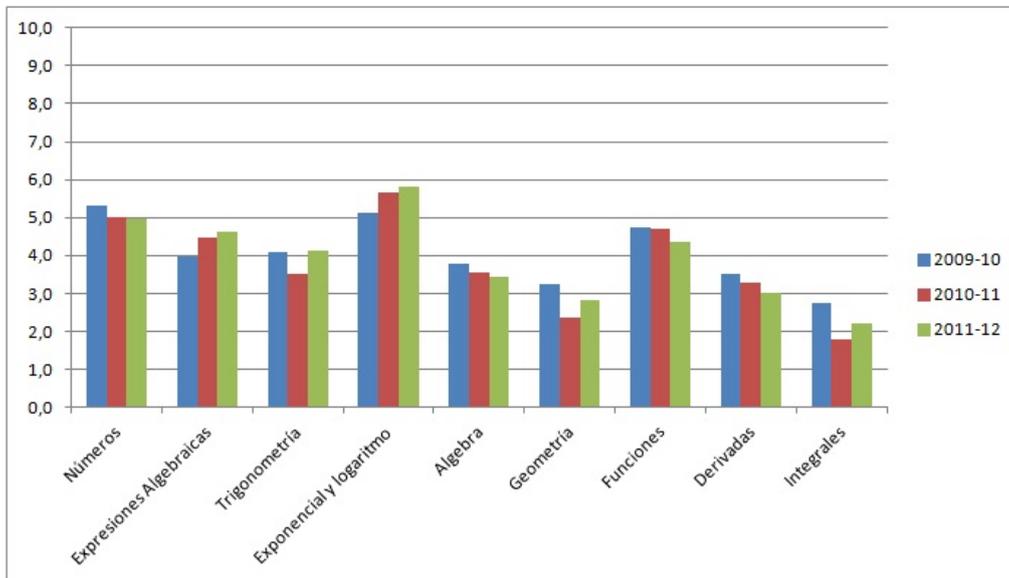
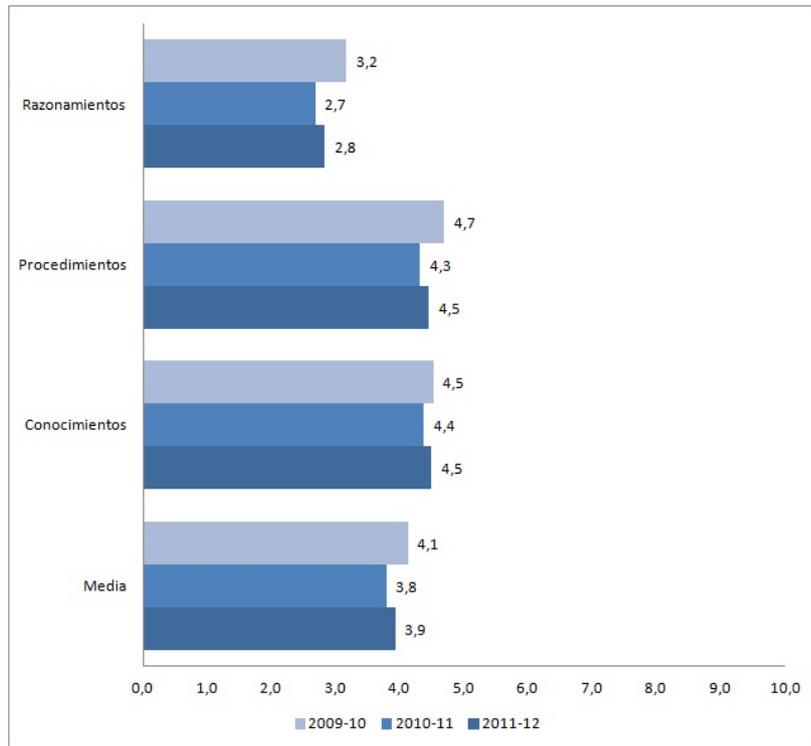






### 2.3. Gráficas comparativas con los pasados cursos.

En los siguientes gráficos puede apreciarse la similitud de las tres promociones, si bien, los resultados de la del curso 2009-10 son algo superiores:



## 2.4. Estimación.

Como en los pasados cursos pasamos a realizar a continuación una estimación de las dificultades que podrían encontrar para superar algunas de las asignaturas del primer curso. Es evidente que existirán otros muchos factores que influirán en el éxito/fracaso, pero esta estimación puede servir para motivar el incremento de la atención y dedicación que el alumno debe tener en ciertas asignaturas, en comparación con el resto de sus compañeros.

En la siguiente tabla usamos los números 0, 1, 2 y 3 para estimar la dificultad (y por tanto la dedicación necesaria):

- 0 podrá superar la asignatura sin ninguna dificultad.
- 1 podrá superar la asignatura con un poco de dificultad.
- 2 podrá superar la asignatura con algo más de dificultad.
- 3 podrá superar la asignatura pero con bastante dificultad.

Alumno	Cal. Inf. I	Mat. Dis.	Est. Bas.	Gem.	Alg.	Cal. Inf. II
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	1	0	0
6	1	0	0	0	0	1
7	1	0	1	0	0	1
8	0	0	0	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1
10	1	0	0	1	1	1
11	1	0	0	1	1	1
12	0	1	1	1	1	1
13	0	1	1	1	1	1
14	0	1	1	1	1	1
15	1	1	1	0	1	1

.../...

.../...

Al.	Cal. Inf. I	Mat. Dis.	Est. Bas.	Gem.	Alg.	Cal. Inf. II
16	0	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	2	1	0
21	1	1	1	1	1	1
22	1	1	1	2	1	1
23	1	1	1	1	2	1
24	1	1	1	2	1	1
25	1	1	1	2	2	1
26	1	1	1	2	1	2
27	1	1	1	2	1	2
28	1	1	1	2	2	1
29	1	1	1	2	2	1
30	1	1	1	2	2	2
31	1	1	1	2	2	2
32	1	1	1	2	2	2
33	2	2	1	2	2	1
34	2	1	1	3	2	2
35	2	1	2	2	2	2
36	1	3	2	2	2	2
37	2	2	2	2	2	2
38	2	2	2	2	2	2
39	2	1	2	3	2	2
40	2	2	2	2	3	2
41	2	2	2	3	3	2
42	2	3	3	2	3	3
43	2	3	2	3	3	3
44	3	3	3	3	3	3

### 3.

## Análisis de ítems

### 3.1. Conclusiones sobre el grupo.

Al igual que hicimos en el estudio del perfil de ingreso de los dos últimos cursos 2009/10 y 2010/11, hemos elegido en cada ítem de los tests, la opción mayoritaria; esto es, como en un ítem tenemos cinco opciones: (a), (b), (c), (d) y, sin olvidar, el "no sabe/no contesta", elegimos en cada ítem la opción que mayor número de alumnos/as eligen. Procediendo de esta manera, nos resultan las siguientes calificaciones de cada uno de los bloques:

Núm.	Expr. alg.	Trig.	Exp. y log.	Álg. lin.	Geom.	Func.	Der.	Int.
8,2	9,1	8,2	9,1	7,3	6	8,2	7,3	5,8

Lo que, de nuevo, sorprende y contrasta enormemente con las medias obtenidas:

Núm.	Expr. alg.	Trig.	Exp. y log.	Álg. lin.	Geom.	Func.	Der.	Int.
5,0	4,6	4,1	5,8	3,4	2,8	4,3	3,0	2,2

Así que, desde el punto de vista del profesor, el grupo tiene un buen conocimiento de los contenidos estudiados, aunque no coincidan en cada estudiante; esto es, una parte del grupo sabe "una cosa" y otra parte sabe "aquella otra". Lo cual dará una falsa impresión en la marcha de la clase. Hemos podido comprobar que, incluso, cada alumno/a tiene la impresión de que "todos los demás" saben algo que él o ella desconoce.

En la siguiente tabla podemos comparar los resultados de este año con los de los cursos anteriores:

Curso	Núm.	Expr. alg.	Trig.	Exp. y log.	Álg. lin.	Geom.	Func.	Der.	Int.
2009-10	7,8	6,4	6,9	9,3	9,3	6,0	8,4	7,8	7,1
2010-11	7,6	8,4	5,3	9,3	6,4	5,6	7,3	7,8	7,6
2011-12	8,2	9,1	8,2	9,1	7,3	6	8,2	7,3	5,8

## 3.2. Números.

### 3.2.1 Números: Conocimientos.

- Señala cuál de las siguientes es cierta en todos los casos:
  - La suma de dos números racionales es un número racional.  60%
  - La suma de dos números irracionales es un número irracional.  28%
  - La suma de un número irracional y un número racional es un número racional.  7%
  - La suma de un número racional y un entero es un número entero.  2%
  - no contestan  3%
- Una de las siguientes igualdades no es cierta en general:
  - $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ .  67%
  - $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{a}$ .  26%
  - $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ .  2%
  - $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n^2]{a}$ .  2%
  - no contestan  3%
- Si  $a$  y  $b$  son dos números enteros tal que  $a \leq b$  y  $c$  es un número natural entonces
  - $a/c \geq b/c$   0%
  - $ac \leq bc$   70%
  - $a - c \geq b - c$   0%
  - todas son verdaderas  21%
  - no contestan  9%
- El máximo común divisor de dos números enteros no nulos  $a$  y  $b$  es
  - el mayor número que es divisible entre  $a$  y  $b$ .  40%
  - el menor número que es divisible entre  $a$  y  $b$ .  2%
  - el mayor número tal que  $a$  y  $b$  son múltiplos de él.  42%
  - el menor número tal que  $a$  y  $b$  son múltiplos de él.  9%
  - no contestan  7%
- El valor absoluto de un número negativo es
  - su cuadrado.  0%
  - su opuesto.  77%
  - no existe.  2%
  - ninguna de las anteriores.  12%
  - no contestan  9%

### 3.2.2 Números: Procedimientos.

1. El resultado de operar  $5 - 3\left(\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\right)$  es
- |                                |     |
|--------------------------------|-----|
| (a) $\frac{1}{6}$              | 10% |
| (b) 6                          | 7%  |
| (c) -4                         | 86% |
| (d) ninguna de las anteriores. | 7%  |
| no contestan                   | 10% |
2. El resultado de operar  $\sqrt{3 \cdot 2^2}$  es
- |                                |     |
|--------------------------------|-----|
| (a) 6                          | 10% |
| (b) $\sqrt{6}$                 | 10% |
| (c) $2\sqrt{3}$                | 89% |
| (d) ninguna de las anteriores. | 11% |
| no contestan                   | 10% |
3. Al simplificar la expresión  $\frac{\sqrt{7} + 5}{5}$  resulta
- |                                |     |
|--------------------------------|-----|
| (a) $\sqrt{7} + 1$             | 10% |
| (b) $\sqrt{7}$                 | 10% |
| (c) $\frac{\sqrt{7}}{5} + 1$   | 84% |
| (d) ninguna de las anteriores. | 16% |
| no contestan                   | 10% |
4. Si multiplicamos el número combinatorio  $\binom{3}{2}$  por 3! el resultado es
- |                               |     |
|-------------------------------|-----|
| (a) 3                         | 10% |
| (b) 18                        | 30% |
| (c) 6                         | 10% |
| (d) ninguna de las anteriores | 36% |
| no contestan                  | 34% |
5. Señala lo que es correcto:
- |  |     |
|--|-----|
| (a) $\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ .                  | 73% |
| (b) $\sqrt{3+2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ .               | 11% |
| (c) $\sqrt[3]{8a} + \sqrt[3]{2a^3} = 2a\sqrt[3]{2a}$ . | 9%  |
| (d) $\frac{\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} = 2 + \sqrt{18}$ .  | 5%  |
| no contestan   | 2%  |

### 3.2.3 Números: Razonamientos.

1. Cuál de las siguientes no es cierta:
- |                                       |     |
|---------------------------------------|-----|
| (a) $\{x :  x  < 1\} = (-1, 1)$ .     | 8%  |
| (b) $\{x :  x  \leq 1\} = [-1, 1]$ .  | 8%  |
| (c) $\{x :  x + 1  < 1\} = (-2, 0]$ . | 50% |
| (d) $\{x :  x - 1  < 1\} = (0, 2)$ .  | 11% |
| no contestan                          | 23% |
2. El café pierde un 20% de su peso al ser tostado, ¿cuántos kilos debemos tostar para obtener 1 kg de café?
- |              |     |
|--------------|-----|
| (a) 0,8 kg   | 10% |
| (b) 2 kg     | 5%  |
| (c) 1,2 kg   | 24% |
| (d) 1,25 kg  | 68% |
| no contestan | 3%  |
3. El barco Costa Eugenia atraca en el Puerto de Cádiz cada 8 días mientras que el Reina Victoria lo hace cada 6 días. Si el 7 de enero atracaron juntos en Cádiz ¿cuándo será la próxima vez que vuelvan a atracar a la vez en este mismo puerto?
- |                               |     |
|-------------------------------|-----|
| (a) el 24 de febrero          | 11% |
| (b) el 21 de enero            | 10% |
| (c) el 14 de febrero          | 10% |
| (d) exactamente a los 24 días | 84% |
| no contestan                  | 5%  |
4. Un depósito tiene dos grifos para llenarse. Abriendo sólo el primero de ellos, el depósito se llena en 3 horas y abriendo sólo el segundo, se llena en 2 horas. Si se abren los dos a la vez el depósito se llenará en:
- |                     |     |
|---------------------|-----|
| (a) 3 horas.        | 10% |
| (b) 2 horas 30 min. | 11% |
| (c) 1 horas 12 min. | 45% |
| (d) 1 horas 15 min. | 34% |
| no contestan        | 10% |
5. Del número real  $1,\widehat{9}$  podemos decir que es
- |   |     |
|---|-----|
| (a) el número que va exactamente antes del 2. | 26% |
| (b) un número irracional.                     | 8%  |
| (c) un número entero.                         | 8%  |
| (d) un número racional que no es entero.      | 55% |
| no contestan                                  | 3%  |

### 3.3. Expresiones algebraicas.

#### 3.3.1 Expresiones algebraicas: Conocimientos.

1. El polinomio  $p(x) = x^2 - (m + n)x + mn$ ,
- (a) tiene las raíces reales  $m$  y  $n$ . 44%
  - (b) no tiene raíces reales. 15%
  - (c) tiene las raíces reales  $m + n$  y  $mn$ . 10%
  - (d) sólo tiene raíces reales si  $m = n$ . 7%
  - no contestan 24%
2. El resto de dividir el polinomio  $p(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 + 6$  entre  $x + 2$  es
- (a) un polinomio de grado uno. 27%
  - (b) 0. 10%
  - (c)  $p(-2)$ . 46%
  - (d) 3. 15%
  - no contestan 12%
3. Al desarrollar  $(x - a)^3$  resulta
- (a)  $x^3 - ax^2 + a^2x - a^3$ . 12%
  - (b)  $x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$ . 78%
  - (c)  $x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$ . 10%
  - (d)  $x^3 - 3ax^2 - 3a^2x + a^3$ . 5%
  - no contestan 5%
4. Señala cuál de las siguientes igualdades es verdadera
- (a)  $|-x^2| = -x^2$ . 10%
  - (b)  $|-x^2| = x^2$ . 88%
  - (c)  $|x^2| = -x^2$ . 10%
  - (d) ninguna de las anteriores. 10%
  - no contestan 2%
5.  $x = 2$  no es una raíz del polinomio
- (a)  $3x - 6$ . 10%
  - (b)  $x^2 - 4x + 3$ . 95%
  - (c)  $(x - 2)(x^3 + x^2 + x + 1)$ . 2%
  - (d)  $x^3 - 2x^2 - x + 2$ . 10%
  - no contestan 3%

### 3.3.2 Expresiones algebraicas: Procedimientos.

1. La descomposición factorial del polinomio  $p(x) = x^3 - x^2 - x - 2$  es
- |     |                           |     |
|-----|---------------------------|-----|
| (a) | $(x - 2)(x^2 + x + 1)$ .  | 90% |
| (b) | $(x + 2)(x^2 + x + 1)$ .  | 2%  |
| (c) | $(x - 2)(x - 1)^2$ .      | 10% |
| (d) | $(x - 2)(x + 1)(x - 1)$ . | 5%  |
|     | no contestan              | 3%  |
2. La solución de la ecuación  $x + 2 = \sqrt{2x + 6}$  es
- |     |                     |     |
|-----|---------------------|-----|
| (a) | $1 - \sqrt{3}$ .    | 5%  |
| (b) | $-1 \pm \sqrt{3}$ . | 61% |
| (c) | $\sqrt{3} - 1$ .    | 10% |
| (d) | $1 \pm \sqrt{3}$ .  | 12% |
|     | no contestan        | 12% |
3. La fracción  $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$  es equivalente a
- |     |                          |     |
|-----|--------------------------|-----|
| (a) | $\frac{x}{x + 3}$ .      | 83% |
| (b) | no se puede simplificar. | 12% |
| (c) | $\frac{x}{x - 3}$ .      | 10% |
| (d) | $-\frac{x}{x + 3}$ .     | 2%  |
|     | no contestan             | 3%  |
4. El resultado de operar  $\left(\frac{x}{a} - 1\right) \left(1 + \frac{a}{x}\right) \left(\frac{(x+a)^2}{2x} - a\right)$  es
- |     |                          |     |
|-----|--------------------------|-----|
| (a) | $(x^4 - a^4)/(2ax^2)$ .  | 49% |
| (b) | $(x + a)^4/(2ax^2)$ .    | 15% |
| (c) | $(x^4 - a^4)/(a^2x^2)$ . | 5%  |
| (d) | 1.                       | 10% |
|     | no contestan             | 21% |
5. Señala la solución del sistema  $\left. \begin{array}{l} x = 2y + 1 \\ \sqrt{x + y} - \sqrt{x - y} = 2 \end{array} \right\}$
- |     |                    |     |
|-----|--------------------|-----|
| (a) | $x = 1, y = 8$ .   | 7%  |
| (b) | $x = 17, y = 0$ .  | 5%  |
| (c) | $x = 17, y = 8$ .  | 61% |
| (d) | No tiene solución. | 10% |
|     | no contestan       | 17% |

### 3.3.3 Expresiones algebraicas: Razonamientos.

1. El polinomio  $p(x) = x^2 + bx + 1$ ,
- |   |       |
|---|-------|
| (a) siempre tiene dos raíces reales.                          | ■ 6%  |
| (b) tiene dos raíces reales distintas si $b > 2$ o $b < -2$ . | ■ 50% |
| (c) al menos tiene una raíz real.                             | ■ 31% |
| (d) tiene dos raíces reales si $-2 \leq b \leq 2$ .           | ■ 6%  |
| no contestan  | ■ 7%  |
2. De la ecuación  $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$  sabemos que  $a$  y  $b$  son dos números enteros, entonces podemos asegurar que
- |                           |       |
|---------------------------|-------|
| (a) 0 es una solución.    | ■ 19% |
| (b) 1 no es una solución. | ■ 6%  |
| (c) 3 no es una solución. | ■ 22% |
| (d) 2 no es una solución. | ■ 33% |
| no contestan              | ■ 20% |
3. De la ecuación  $(x - 1)^2 = -\sqrt{x^2 + 1}$  podemos asegurar que
- |  |       |
|--|-------|
| (a) tiene que tener dos soluciones reales. | ■ 17% |
| (b) 1 es una de las soluciones.            | ■ 11% |
| (c) no tiene ninguna solución real.        | ■ 53% |
| (d) sólo puede tener una solución real.    | ■ 11% |
| no contestan                               | ■ 8%  |
4. Al desarrollar la potencia  $(x + \sqrt{x})^3$  y simplificar, uno de los sumandos es
- |              |       |
|--------------|-------|
| (a) $4x^3$ . | ■ 6%  |
| (b) $x^2$ .  | ■ 14% |
| (c) $3x^2$ . | ■ 69% |
| (d) $3x$ .   | ■ 6%  |
| no contestan | ■ 5%  |
5. Si  $0 < x < 1$  señala cuál de los siguientes será el mayor:
- |                      |       |
|----------------------|-------|
| (a) $x^{1000}$ .     | ■ 8%  |
| (b) $\sqrt[10]{x}$ . | ■ 67% |
| (c) $x$ .            | ■ 25% |
| (d) 0.               | ■ 0%  |
| no contestan         | ■ 0%  |

## 3.4. Trigonometría.

### 3.4.1 Trigonometría: Conocimientos.

- Podemos asegurar que un "radián"
 

(a) es un ángulo y vale $\pi$ .	10%
(b) es un ángulo y vale poco más de $57^\circ$ .	29%
(c) es un ángulo y vale $180^\circ$ .	11%
(d) es un arco que coincide con el radio.	60%
no contestan	10%
- En un triángulo rectángulo uno de sus ángulos agudos es  $\widehat{B}$ , entonces:
 

(a) $\text{sen } \widehat{B}$ es el cateto opuesto dividido por el contiguo.	8%
(b) $\text{tg } \widehat{B}$ es el cateto opuesto dividido por la hipotenusa.	10%
(c) $\text{cos } \widehat{B}$ es el cateto opuesto dividido por la hipotenusa.	13%
(d) $\text{sec } \widehat{B}$ es la hipotenusa dividida por el cateto contiguo.	79%
no contestan	10%
- Señala cuál de las siguientes igualdades no es una identidad:
 

(a) $\cos^2 x + \text{sen}^2 x = 1$ .	10%
(b) $\cos^2 x - \text{sen}^2 x = \cos 2x$ .	39%
(c) $1 + \text{tg}^2 x = \cos^2 x$ .	53%
(d) $\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\cos x}$ .	5%
no contestan	3%
- Señala cuál de las siguientes es una identidad:
 

(a) $\text{sen}(x + y) = \text{sen } x + \text{sen } y$ .	13%
(b) $\text{sen}(x + y) = \text{sen } x \text{sen } y + \cos x \cos y$ .	3%
(c) $\cos(x + y) = \text{sen } x \cos y + \text{sen } y \cos x$ .	8%
(d) $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \text{sen } x \text{sen } y$ .	63%
no contestan	13%
- Si llamamos  $a$ ,  $b$  y  $c$  a los lados de un triángulo cualquiera y  $\widehat{A}$ ,  $\widehat{B}$  y  $\widehat{C}$  a sus ángulos opuestos, entonces el teorema del seno nos asegura que
 

(a) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \text{sen } \widehat{A}$ .	11%
(b) $\frac{\text{sen } \widehat{A}}{a} = \frac{\text{sen } \widehat{C}}{c}$ .	58%
(c) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$ .	5%
(d) $\frac{\cos \widehat{A}}{a} = \frac{\cos \widehat{B}}{b}$ .	3%
no contestan	23%

### 3.4.2 Trigonometría: Procedimientos.

1. Un triángulo rectángulo tiene un cateto que mide  $\sqrt{75}$  cm y la hipotenusa 10 cm. Sus ángulos agudos son:

- |                               |  |     |
|-------------------------------|--|-----|
| (a) $60^\circ$ y $30^\circ$ . |  | 68% |
| (b) $45^\circ$ y $45^\circ$ . |   | 3%  |
| (c) $25^\circ$ y $65^\circ$ . |   | 5%  |
| (d) $75^\circ$ y $15^\circ$ . |   | 5%  |
| no contestan                  |   | 19% |

2. Cuando simplificamos  $\frac{\sin 2\alpha}{1 - \cos^2 \alpha}$  obtenemos:

- |                        |  |     |
|------------------------|--|-----|
| (a) $2 \cotg \alpha$ . |  | 55% |
| (b) $\sin \alpha$ .    |   | 10% |
| (c) $\tg \alpha$ .     |   | 10% |
| (d) $\cotg \alpha$ .   |   | 13% |
| no contestan           |  | 32% |

3. Señala una solución de la ecuación:  $\sin x - 3 \cos x = -\sqrt{2}$ .

- |                           |  |     |
|---------------------------|--|-----|
| (a) $x = \frac{\pi}{4}$ . |  | 60% |
| (b) $x = \frac{4}{2}$ .   |   | 3%  |
| (c) $x = \frac{\pi}{3}$ . |   | 3%  |
| (d) No tiene solución.    |   | 13% |
| no contestan              |  | 21% |

4. Si en un triángulo rectángulo un ángulo mide  $60^\circ$  y la hipotenusa 8, los catetos valen:

- |  |  |     |
|--|--|-----|
| (a) 4 y $4\sqrt{3}$ .                      |  | 75% |
| (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\frac{1}{2}$ . |   | 5%  |
| (c) 4 y 5.                                 |   | 3%  |
| (d) $2\sqrt{3}$ y 4.                       |   | 10% |
| no contestan                               |   | 17% |

5. En un triángulo  $ABC$  se conocen los ángulos  $\hat{A} = 30^\circ$ ,  $\hat{B} = 45^\circ$  y el lado  $b = 8$  (opuesto al ángulo  $\hat{B}$ ), entonces:

- |   |  |     |
|---|--|-----|
| (a) $a=8\sqrt{2}$ y $\hat{C} = 105^\circ$ . |   | 18% |
| (b) $a=4\sqrt{2}$ y $\hat{C} = 105^\circ$ . |  | 48% |
| (c) $a=8\sqrt{3}$ y $\hat{C} = 75^\circ$ .  |   | 3%  |
| (d) $a=4\sqrt{3}$ y $\hat{C} = 105^\circ$ . |   | 10% |
| no contestan                                |   | 21% |

### 3.4.3 Trigonometría: Razonamientos.

1. Si  $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{2}{5}$  y  $\alpha$  está en el tercer cuadrante,  $\operatorname{cotg} \alpha$  vale
- |     |                           |       |
|-----|---------------------------|-------|
| (a) | $\frac{1}{5}$ .           | ■ 5%  |
| (b) | $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .    | ■ 10% |
| (c) | $\frac{\sqrt{21}}{5^2}$ . | ■ 39% |
| (d) | $\frac{5}{2}$ .           | ■ 10% |
|     | no contestan              | ■ 36% |
2. En un momento dado, la sombra de una antena de televisión mide 10 m de longitud y, al mismo tiempo, una señal de tráfico de 2m de altura da una sombra de 0,25m, entonces, la altura de la antena es:
- |     |              |       |
|-----|--------------|-------|
| (a) | 250 m.       | ■ 2%  |
| (b) | 80 m.        | ■ 78% |
| (c) | 25 m.        | ■ 2%  |
| (d) | 20 m.        | ■ 2%  |
|     | no contestan | ■ 16% |
3. En un mismo instante una persona de 1,80 m da una sombra de 40 cm, y un edificio de 9 m una sombra de 2 m. El ángulo que forman los rayos solares con la horizontal es (aprox.):
- |     |                         |       |
|-----|-------------------------|-------|
| (a) | No es posible hallarlo. | ■ 15% |
| (b) | $45^\circ$ .            | ■ 10% |
| (c) | $38^\circ 50'$ .        | ■ 7%  |
| (d) | $77^\circ 28' 16''$ .   | ■ 39% |
|     | no contestan            | ■ 29% |
4. Si los lados de un triángulo miden 2m, 3m y 6m entonces:
- |     |   |       |
|-----|---|-------|
| (a) | podemos hallar sus ángulos a partir del teorema del coseno. | ■ 49% |
| (b) | sus ángulos no dependen de sus lados.                       | ■ 5%  |
| (c) | su área será mayor que el menor lado.                       | ■ 7%  |
| (d) | podemos asegurar que eso no es un triángulo.                | ■ 22% |
|     | no contestan  | ■ 17% |
5. Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo de lados 1,5; 2 y 3 son:
- |     |                                    |       |
|-----|------------------------------------|-------|
| (a) | $30^\circ$ y $60^\circ$ .          | ■ 17% |
| (b) | $25^\circ$ y $65^\circ$ .          | ■ 10% |
| (c) | $53,13^\circ$ y $36,87^\circ$ .    | ■ 7%  |
| (d) | eso no es un triángulo rectángulo. | ■ 56% |
|     | no contestan                       | ■ 20% |

### 3.5. Exponencial y logaritmo.

#### 3.5.1 Exponencial y logaritmo: Conocimientos.

1. Sobre el número real "e" podemos decir que
 

(a) es un número racional que vale 2,71.	14%
(b) es un número irracional comprendido entre 2 y 3.	79%
(c) es el límite de $(1 + n)^n$ .	5%
(d) es la base de los logaritmos neperianos pero no es exactamente un número.	2%
no contestan	10%
  
2. Es falso que:
 

(a) $e^{ab} = e^{a^b}$ .	38%
(b) $e^a e^b = e^{a+b}$ .	10%
(c) $e^a / e^b = e^{a-b}$ .	10%
(d) $e^{\log e} = 1$ .	60%
no contestan	2%
  
3. Señala cuál de las siguientes igualdades es falsa
 

(a) $\log(a + b) = (\log a)(\log b)$ .	71%
(b) $\log(ab) = \log a + \log b$ .	10%
(c) $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$ .	10%
(d) $\frac{\log a}{b} = \log a^{1/b}$ .	19%
no contestan	10%
  
4. La definición de logaritmo nos dice que  $y = \log_a x$  cuando
 

(a) $\log_a y = x$ .	2%
(b) $x^y = a$ .	5%
(c) $a^x = y$ .	17%
(d) Ninguna de las anteriores.	74%
no contestan	2%
  
5. Señala cuál de las siguientes es verdadera:
 

(a) $\log(a + b) = (\log a)(\log b)$ .	7%
(b) $\log(a + b) = \log a + \log b$ .	7%
(c) $\log(ab) = (\log a)(\log b)$ .	10%
(d) $(e^a)^b = e^{ab}$ .	86%
no contestan	10%

### 3.5.2 Exponencial y logaritmo: Procedimientos.

1. Si  $\log(a) = p$  y  $\log(b) = q$ , entonces  $\log(\sqrt[3]{a \cdot b})$  es:
- |                       |       |
|-----------------------|-------|
| (a) $3(p + q)$ .      | ■ 5%  |
| (b) $\frac{p+q}{3}$ . | ■ 67% |
| (c) $3pq$ .           | ■ 2%  |
| (d) $\frac{pq}{3}$ .  | ■ 12% |
| no contestan          | ■ 14% |
2. La solución de la ecuación  $3^x + 3^{x+2} = 10$  es
- |                 |       |
|-----------------|-------|
| (a) $x = 1$ .   | ■ 5%  |
| (b) $x = 1/2$ . | ■ 5%  |
| (c) $x = -1$ .  | ■ 5%  |
| (d) $x = 0$ .   | ■ 77% |
| no contestan    | ■ 8%  |
3. Señala la solución del sistema  $\left. \begin{array}{l} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x-1} + 5^{y+1} = 9 \end{array} \right\}$
- |                        |       |
|------------------------|-------|
| (a) $x = 8, y = 1$ .   | ■ 2%  |
| (b) $x = 0, y = 3$ .   | ■ 5%  |
| (c) $x = 3, y = 0$ .   | ■ 70% |
| (d) No tiene solución. | ■ 16% |
| no contestan           | ■ 7%  |
4. Si  $\log_3 x^2 = 2$  entonces:
- |                          |       |
|--------------------------|-------|
| (a) $x = 4$ ó $x = -4$ . | ■ 10% |
| (b) $x = 4$ .            | ■ 10% |
| (c) $x = 3$ ó $x = -3$ . | ■ 63% |
| (d) $x = 3$ .            | ■ 33% |
| no contestan             | ■ 4%  |
5. Si  $x^5 = 3$ , entonces
- |                      |       |
|----------------------|-------|
| (a) $3 = \log_x 5$ . | ■ 12% |
| (b) $5 = \log_x 3$ . | ■ 72% |
| (c) $x = \log_3 5$ . | ■ 5%  |
| (d) $x = \log_5 3$ . | ■ 2%  |
| no contestan         | ■ 9%  |

### 3.5.3 Exponencial y logaritmo: Razonamientos.

1. Si  $\log_2 x = -1$ , podemos asegurar que
 

(a) $x$ es un número negativo.	■ 2%
(b) no es posible, ya que no existen los logaritmos negativos.	■ 14%
(c) $x$ debe ser menor que 1.	■ 81%
(d) $x$ es mayor que 2.	■ 2%
no contestan	■ 1%
  
2. Se sabe que  $e^x = 2$ , entonces
 

(a) $x = \ln 2 / \log_2 e$ .	■ 19%
(b) $x = \log_2 e / \log_2 2$ .	■ 7%
(c) $x = 1 / \log_2 e$ .	■ 37%
(d) no existe $x$ ya que $e$ es más grande que 2.	■ 19%
no contestan	■ 18%
  
3. Sabiendo que  $0 < x < 1$ , señala el mayor de los siguientes números:
 

(a) $x^e$ .	■ 2%
(b) $e^x$ .	■ 70%
(c) $\log_x e$ .	■ 16%
(d) $\log_e x$ .	■ 10%
no contestan	■ 12%
  
4. Se sabe que  $\log_{10} a > 4$ , entonces
 

(a) $a$ debe ser menor que 10000.	■ 23%
(b) $a$ no puede ser un número entero.	■ 10%
(c) $a^4$ debe ser mayor que 10.	■ 70%
(d) $a$ debe ser negativo.	■ 2%
no contestan	■ 5%
  
5. La solución de la ecuación  $\ln x = x$ 

(a) debe estar entre 0 y 1.	■ 5%
(b) debe estar entre 1 y $e$ .	■ 12%
(c) debe ser negativa.	■ 5%
(d) no hay ningún número real que cumpla eso.	■ 70%
no contestan	■ 8%

## 3.6. Álgebra lineal.

### 3.6.1 Álgebra lineal: Conocimientos.

1. Si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son matrices cuadradas del mismo orden, señalar cuál de las siguientes igualdades es falsa:

- |                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| (a) $A + B = B + A$ .           | 2%  |
| (b) $AB = BA$ .                 | 78% |
| (c) $A(BC) = (AB)C$ .           | 5%  |
| (d) $A - (B - C) = C + A - B$ . | 15% |
| no contestan                    | 10% |

2. Sea  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ , señalar cuál de las siguientes es **falsa** ( $A'$  indica la traspuesta de  $A$ ):

- |  |     |
|--|-----|
| (a) $ A'  =  A $   | 10% |
| (b) $\begin{vmatrix} a_{11} + a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} + a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} + a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 2 A $ | 22% |
| (c) $ 2A  = 2 A $  | 39% |
| (d) $ A^2  =  A ^2$  | 27% |
| no contestan   | 2%  |

3. Sean  $A = \begin{pmatrix} a & b_1 \\ c & d_1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a & b_2 \\ c & d_2 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} a & b_1 + b_2 \\ c & d_1 + d_2 \end{pmatrix}$  y  $E = A + B$ , entonces

- |                       |     |
|-----------------------|-----|
| (a) $ E  =  A  +  B $ | 54% |
| (b) $ D  =  A  +  B $ | 24% |
| (c) $ E  =  D ^2$     | 5%  |
| (d) $ A  -  B  =  D $ | 5%  |
| no contestan          | 12% |

4. Sean  $A$  y  $B$  matrices cuadradas de orden 3 e  $I$  la matriz identidad de orden 3, si se verifica que  $AB = I$  debe ser:

- |                    |     |
|--------------------|-----|
| (a) $ A  = 1$ .    | 10% |
| (b) $ A  =  B $ .  | 7%  |
| (c) $A = B^{-1}$ . | 83% |
| (d) $A = B$ .      | 10% |
| no contestan       | 10% |

5. Sean  $A$  y  $B$  las matrices de los coeficientes y ampliada, respectivamente, de un sistema de ecuaciones lineales, y supongamos que el rango de  $A$  es igual al rango de  $B$  pero menor al número de incógnitas. Podemos asegurar que:

- |   |     |
|---|-----|
| (a) el sistema es compatible determinado.     | 10% |
| (b) el sistema es incompatible indeterminado. | 2%  |
| (c) el sistema es compatible indeterminado.   | 90% |
| (d) el sistema es incompatible determinado.   | 2%  |
| no contestan                                  | 6%  |

### 3.6.2 Álgebra lineal: Procedimientos.

1. Sean  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ b & 1 \end{pmatrix}$ , entonces para que  $AB = BA$  debe ser

- (a)  $a = 2$  y  $b = 0$ . 64%
- (b)  $a = 0$  y  $b = 0$ . 3%
- (c) esa desigualdad es cierta para  $a, b \in \mathbb{R}$ . 10%
- (d)  $AB \neq BA$ , para  $a, b \in \mathbb{R}$ . 33%
- no contestan 10%

2. El valor de  $\begin{vmatrix} 1-a & c & x \\ b+1 & 1-c & y \\ c & c+1 & z \end{vmatrix}$  es igual a

- (a)  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & x \\ 1 & 1 & y \\ 0 & 1 & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -a & c & x \\ b & -c & y \\ c & c & z \end{vmatrix}$  12%
- (b)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & c & x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -a & c & x \\ b & -c & y \\ c & c & z \end{vmatrix}$  52%
- (c)  $\begin{vmatrix} 1 & c & x \\ b & 1 & y \\ c & c & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -a & 0 & 0 \\ 1 & -c & 0 \\ 0 & 1 & z \end{vmatrix}$  9%
- (d)  $\begin{vmatrix} 1 & c & x \\ 1 & 1-c & y \\ 0 & c+1 & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -a & c & x \\ b & 1-c & y \\ c & c+1 & z \end{vmatrix}$  21%
- no contestan 6%

3. La inversa de la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  es:

- (a)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  6%
- (b)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  85%
- (c)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  3%
- (d) No existe. 3%
- no contestan 3%

4. Del sistema  $\begin{cases} x + ay = 0 \\ bx + y = 1 \end{cases}$  podemos decir que:

- (a) es compatible determinado para todo  $a, b \in \mathbb{R}$ . 6%
- (b) es incompatible para todo  $a, b \in \mathbb{R}$ . 10%
- (c) es incompatible si  $ab = 1$ . 70%
- (d) es compatible indeterminado si  $ab = 1$ . 15%
- no contestan 9%

5. Para que el sistema  $\begin{cases} 2x + ay = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$  sea incompatible el número  $a$  debe ser:

- (a)  $-2$ . 27%
- (b)  $2$ . 18%
- (c) distinto de  $-2$ . 18%
- (d) ese sistema es compatible para todo  $a \in \mathbb{R}$ . 33%
- no contestan 4%

### 3.6.3 Álgebra lineal: Razonamientos.

- Sea  $A$  una matriz cuadrada de orden 5, entonces debe cumplirse:
 

(a) $ A + A  =  A $ .	3%
(b) $ A + A  = 32 A $ .	29%
(c) $ A + A  = 2 A $ .	29%
(d) $ A + A  = [ A ]^2$ .	18%
no contestan	21%
- Sea  $Ax = b$  un sistema de 2 ecuaciones lineales con 3 incógnitas. Supongamos que  $x_0$  y  $x_1$  son dos soluciones distintas del sistema anterior, entonces:
 

(a) $x_0 + x_1$ debe ser solución.	3%
(b) ese sistema no puede tener soluciones.	9%
(c) el sistema tiene infinitas soluciones.	62%
(d) el rango de $A$ es 3.	3%
no contestan	23%
- Sean  $A$  y  $B$  matrices cuadradas del mismo orden, señalar cuál de las siguientes es falsa ( $A'$  indica la traspuesta de  $A$ ):
 

(a) $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$	35%
(b) $(AB)' = B' A'$	12%
(c) $(AB)^2 = A(BA)B$	29%
(d) $(A + B)^2 = A^2 + B^2 + AB + BA$	24%
no contestan	10%
- Sea  $AX = \theta$  un sistema homogéneo ( $X$  y  $\theta$  son matrices unicolunas y  $\theta$  está formada por ceros) tal que  $|A| = 0$ , entonces
 

(a) el sistema no tiene solución.	12%
(b) el sistema tiene una única solución.	29%
(c) el sistema tiene más de una solución.	52%
(d) el sistema $AX = B$ es compatible para cualquier matriz unicoluna $B$ .	12%
no contestan	15%
- Sea  $A$  una matriz cuadrada tal que  $A^2 = I$  (matriz identidad), entonces debe ser:
 

(a) $ A  = 1$ .	21%
(b) $A^{-1} = I$ .	10%
(c) $ A  = 0$ .	12%
(d) $A^{-1} = A$ .	67%
no contestan	10%

## 3.7. Geometría lineal.

### 3.7.1 Geometría lineal: Conocimientos.

- Señala cuál de estas afirmaciones es verdadera:
 

(a)	$ -3\vec{v}  = -3 \vec{v} .$	12%
(b)	$ 2\vec{v}  =  -2\vec{v} .$	32%
(c)	$ \vec{u} \cdot \vec{v}  =  \vec{u}  \cdot  \vec{v} .$	22%
(d)	$ \vec{u} + \vec{v}  =  \vec{u}  +  \vec{v} .$	29%
	no contestan	5%
- La distancia del punto  $(x_0, y_0)$  a la recta  $ax + by + c = 0$  es:
 

(a)	$\sqrt{(x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2}.$	7%
(b)	$ax_0 + by_0 + c.$	5%
(c)	$\frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}.$	22%
(d)	$\frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}.$	51%
	no contestan	15%
- En el espacio, la recta  $r$  pasa por  $A$  y tiene de vector de dirección  $\vec{v}$ , la recta  $s$  pasa por  $B$  y tiene de vector de dirección  $\vec{w}$ . Entonces se verifica:
 

(a)	Si $\vec{AB}$ es paralelo a $\vec{v}$ , las rectas son paralelas.	7%
(b)	Si $\vec{AB}$ es combinación lineal de $\vec{v}$ y $\vec{w}$ , las rectas son coplanarias.	49%
(c)	Si $\vec{AB}$ es paralelo a $\vec{v}$ y $\vec{w}$ , las rectas son paralelas.	17%
(d)	Si $\vec{AB}$ , $\vec{v}$ , $\vec{w}$ son linealmente independientes, entonces las rectas se cortan.	10%
	no contestan	17%
- Si  $\alpha$  es el ángulo que definen los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  entonces:
 

(a)	$\cos \alpha =  \vec{v} / \vec{u} .$	2%
(b)	$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u}  \vec{v} }.$	83%
(c)	$\sin \alpha =  \vec{v} / \vec{u} .$	2%
(d)	$\sin \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u}  \vec{v} }.$	2%
	no contestan	11%
- Si  $ABCD$  es un tetraedro, su volumen se calcula:
 

(a)	hallando un sexto del módulo del producto vectorial de $\vec{AB}$ y $\vec{CD}$ .	12%
(b)	hallando un sexto del valor absoluto del producto escalar de $\vec{AB}$ y $\vec{CD}$ .	2%
(c)	hallando un sexto del valor absoluto del determinante formado por los vectores $\vec{AB}$ , $\vec{AC}$ y $\vec{AD}$ .	41%
(d)	hallando un sexto del valor absoluto del producto $\vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AD}$ .	20%
	no contestan	25%

### 3.7.2 Geometría lineal: Procedimientos.

1. La recta paralela a  $2x - y - 5 = 0$  que pasa por el punto  $(1, 3)$  es
- |                        |     |
|------------------------|-----|
| (a) $2x - y - 5 = 0.$  | 14% |
| (b) $2x - y - 1 = 0.$  | 8%  |
| (c) $-2x + y - 5 = 0.$ | 3%  |
| (d) $-2x + y - 1 = 0.$ | 61% |
| no contestan           | 14% |
2. Los vectores  $(1, 1, 3)$ ,  $(3, 4, 2)$  y  $(3, 5, a)$  son linealmente dependientes cuando
- |                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| (a) $a = 5.$                     | 6%  |
| (b) para cualquier valor de $a.$ | 19% |
| (c) $a = 0.$                     | 3%  |
| (d) $a = -5.$                    | 61% |
| no contestan                     | 11% |
3. Dada  $r : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$  y el plano  $\pi : 2x - 6y - 10z - 1 = 0$ . Se verifica que:
- |                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| (a) $r$ es paralelo a $\pi.$      | 22% |
| (b) $r$ está contenida en $\pi.$  | 6%  |
| (c) $r$ corta a $\pi.$            | 14% |
| (d) $r$ es perpendicular a $\pi.$ | 22% |
| no contestan                      | 36% |
4. El plano que pasa por  $A(1, -5, 2)$  y es paralelo a la recta  $x = y = -z$  y perpendicular al plano  $2x - y - z - 4 = 0$ , tiene de ecuación:
- |                              |     |
|------------------------------|-----|
| (a) $-2x + y - 3z + 13 = 0.$ | 17% |
| (b) $2x - y - z - 2 = 0.$    | 11% |
| (c) $2x - y - 3z + 3 = 0.$   | 3%  |
| (d) $2x + y + 3z - 3 = 0.$   | 25% |
| no contestan                 | 44% |
5. La recta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$  y el plano:  $x + y + z = 2$ .
- |  |     |
|--|-----|
| (a) Se cortan en el punto $(1, 0, -2).$  | 3%  |
| (b) Se cortan en el punto $(3, 3, -4).$  | 33% |
| (c) Son paralelos.                       | 14% |
| (d) La recta está contenida en el plano. | 11% |
| no contestan                             | 39% |

### 3.7.3 Geometría lineal: Razonamientos.

1. Si  $|\vec{u} \times \vec{v}| = 3$  y  $|(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})| = 12$  entonces
- |  |     |
|--|-----|
| (a) Una de las caras del tetraedro formado por $\vec{u}$ , $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tiene de área 12. | 12% |
| (b) El volumen del tetraedro formado por $\vec{u}$ , $\vec{v}$ y $\vec{w}$ es 3.                   | 3%  |
| (c) Una de las alturas del tetraedro es 4.   | 24% |
| (d) El vector $\vec{w} = 3(\vec{u} + \vec{v})$ .   | 12% |
| no contestan   | 49% |
2. Si dos vectores verifican  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|$ , entonces:
- |  |     |
|--|-----|
| (a) son ortogonales.                               | 21% |
| (b) tienen la misma dirección y el mismo sentido.  | 56% |
| (c) tienen la misma dirección y sentidos opuestos. | 3%  |
| (d) eso no puede ocurrir en ningún caso.           | 12% |
| no contestan                                       | 8%  |
3. Señala la distancia entre los planos  $\pi_1 : 2x - y + 3z - 6 = 0$ ,  
 $\pi_2 : -4x + 2y - 6z + 8 = 0$
- |                             |     |
|-----------------------------|-----|
| (a) Cero.                   | 18% |
| (b) $\frac{2}{\sqrt{14}}$ . | 32% |
| (c) 2.                      | 15% |
| (d) $\frac{\sqrt{14}}{7}$ . | 6%  |
| no contestan                | 29% |
4. El área del triángulo cuyos vértices son  $A(-1, 1, 2)$ ,  $B(3, -2, 5)$  y  $C(2, 2, 2)$  es
- |                      |     |
|----------------------|-----|
| (a) 19.              | 6%  |
| (b) 38.              | 3%  |
| (c) $\sqrt{259}/2$ . | 41% |
| (d) $\sqrt{259}$ .   | 6%  |
| no contestan         | 44% |
5. Señala el valor de  $\beta$  para el cual los planos  $x + y = 1$ ,  $\beta y + z = 0$  y  $x + (\beta + 1)y + \beta z = \beta + 1$  contienen una misma recta;
- |                |     |
|----------------|-----|
| (a) -1.        | 3%  |
| (b) 1.         | 9%  |
| (c) 0.         | 35% |
| (d) No existe. | 12% |
| no contestan   | 41% |

### 3.8. Funciones: límites y continuidad.

#### 3.8.1 Funciones: límites y continuidad: Conocimientos.

- Se denomina rango o imagen de una función  $f: D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 
  - al conjunto  $D$ . ■ 5%
  - al conjunto de los reales para los que  $f$  tiene sentido. ■ 14%
  - al conjunto de los  $x \in \mathbb{R}$  tales que existe  $z \in \mathbb{R}$  con  $f(z) = x$ . ■ 14%
  - al conjunto de los  $x \in \mathbb{R}$  tales que  $f(x) \in D$ . ■ 57%

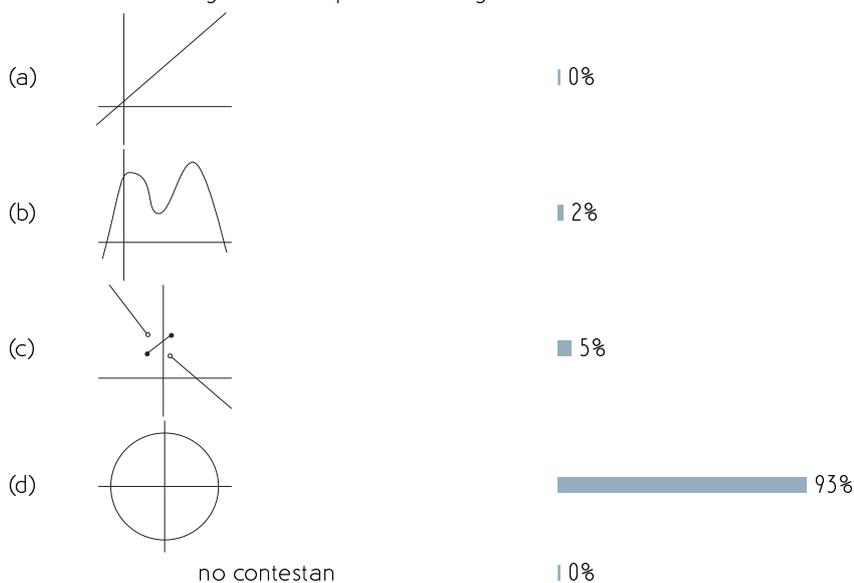
no contestan ■ 10%
- Una función  $f$  se dice que es continua en  $a$  si y sólo si
  - existe  $f(a)$ . ■ 26%
  - $f(x) = f(a)$ . ■ 19%
  - los límites laterales existen. ■ 7%
  - ninguna de las anteriores. ■ 48%

no contestan ■ 10%
- Una función  $f$  es simétrica respecto al eje de ordenadas, cuando, para cada  $x$  es
  - $f(x) = f(-x)$ . ■ 93%
  - $f(x) = f(x) - f(-x)$ . ■ 10%
  - $f(x) = -f(-x)$ . ■ 10%
  - $f(-x) = f(-x)$ . ■ 2%

no contestan ■ 5%
- Al hallar  $(g \circ f)(x)$  (composición de  $f$  y  $g$ ) con las funciones  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$  y  $g(x) = 2^x$ , obtenemos
  - $2^{x-1}$ . ■ 5%
  - $2\sqrt{x^2 - 1}$ . ■ 2%
  - $2\sqrt{x^2 - 1}$ . ■ 71%
  - $\sqrt{2^{2x} - 1}$ . ■ 5%

no contestan ■ 17%

- Señala cuál de las siguientes no puede ser la gráfica de una función:



### 3.8.2 Funciones: límites y continuidad: Procedimientos.

1. El valor  $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 8}$  es un número real en
- |  |       |
|--|-------|
| (a) $x \geq 4$ .                         | ■ 3%  |
| (b) $[-2, 2]$ .                          | ■ 83% |
| (c) $(-\infty, -2] \cup [-2, +\infty)$ . | ■ 8%  |
| (d) $\mathbb{R}$ .                       | ■ 5%  |
| no contestan                             | ■ 1%  |
2. La función  $f$  dada por  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$  es
- |   |       |
|---|-------|
| (a) par.                                | ■ 5%  |
| (b) impar.                              | ■ 35% |
| (c) ni par, ni impar.                   | ■ 33% |
| (d) par si $x > 0$ e impar si $x < 0$ . | ■ 3%  |
| no contestan                            | ■ 24% |
3. Los límites laterales de la función dada por  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x < -2 \\ -x + 5, & x > -2 \end{cases}$  en  $x = -2$ , son
- |                 |       |
|-----------------|-------|
| (a) 1 y 7.      | ■ 3%  |
| (b) 7 y 3.      | ■ 10% |
| (c) no existen. | ■ 13% |
| (d) 7 y 7.      | ■ 73% |
| no contestan    | ■ 1%  |
4. La función  $f$  dada por  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 2x + 1}$  tiene por asíntotas a las rectas
- |                       |       |
|-----------------------|-------|
| (a) $x = -1, y = 0$ . | ■ 68% |
| (b) $x = 1, x = -1$ . | ■ 5%  |
| (c) $y = 2$ .         | ■ 8%  |
| (d) $y = 2, x = 1$ .  | ■ 10% |
| no contestan          | ■ 9%  |
5. La función  $f$  dada por  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 1, & x \leq -2 \\ ax - 1, & x > -2 \end{cases}$  es continua en  $\mathbb{R}$ , cuando  $a$  vale
- |              |       |
|--------------|-------|
| (a) $-1$ .   | ■ 75% |
| (b) $2$ .    | ■ 3%  |
| (c) $-2$ .   | ■ 5%  |
| (d) $0$ .    | ■ 5%  |
| no contestan | ■ 12% |

### 3.8.3 Funciones: límites y continuidad: Razonamientos.

1. Una función es creciente en un intervalo si al tomar dos puntos cualesquiera y distintos del intervalo,  $x_1$  y  $x_2$ , se verifica:

(a)	$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0.$	79%
(b)	$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0.$	3%
(c)	$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = 0.$	0%
(d)	$f(x_2) - f(x_1) > x_2 - x_1.$	3%
	no contestan	15%

2. Sea  $I$  un intervalo no vacío de  $\mathbb{R}$  y sea  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  continua. Si existen  $a, b \in I$  tales que  $f(a) = 0$  y  $f(b) = 2$  podemos asegurar que

(a)	$f$ sólo toma valores comprendidos entre 0 y 2.	18%
(b)	$f$ es positiva en $I$ .	18%
(c)	existe $x \in I$ tal que $f(x) = 1$ .	50%
(d)	$f(I)$ puede no ser un intervalo.	3%
	no contestan	11%

3. El límite  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x}$

(a)	no existe.	29%
(b)	es 1.	6%
(c)	es 0.	35%
(d)	es $\infty$ .	15%
	no contestan	15%

4. Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ . Podemos asegurar que

(a)	tiene una asíntota oblicua.	0%
(b)	$y = 1$ e $y = -1$ son sus asíntotas horizontales.	24%
(c)	sólo tiene una única asíntota horizontal en $y = 1$ .	21%
(d)	ninguna de las anteriores.	41%
	no contestan	14%

5. Supongamos que  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ , señala cuál de las siguientes no es una indeterminación

(a)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$ .	9%
(b)	$\lim_{x \rightarrow 0} [f(x)]^{\frac{1}{g(x)}}$ .	38%
(c)	$\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) - g(x)]$ .	0%
(d)	$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{f(x)}{f(x)} \right]^{g(x)}$ .	44%
	no contestan	9%

### 3.9. Derivadas.

#### 3.9.1 Derivadas: Conocimientos.

1. Si para una función  $f$  se verifica que  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -2$ , podemos asegurar que
- (a)  $f$  es creciente. ■ 3%
  - (b)  $f$  tiene un mínimo en  $x = 1$ . ■ 3%
  - (c)  $f'(1) = -2$ . ■ 54%
  - (d) se trata de una función derivable. ■ 36%
  - no contestan ■ 4%
2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- (a) Si  $f(x) = g(x) \cdot h(x)$  entonces debe ser  $f'(x) = g'(x) \cdot h'(x)$ . ■ 3%
  - (b) Si  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  entonces  $f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ . ■ 10%
  - (c) La tangente a la gráfica de una función en un máximo es horizontal y en un mínimo es vertical. ■ 3%
  - (d) Pueden existir funciones continuas que no son derivables. ■ 82%
  - no contestan ■ 2%
3. Si  $f$  es una función dos veces derivable en  $x_0 = 3$  y si  $f'(3) = 0$  y  $f''(3) = 2^{-1}$  entonces
- (a) 3 es un mínimo relativo de  $f$ . ■ 51%
  - (b) 3 es un máximo relativo de  $f$ . ■ 18%
  - (c) 3 es un punto de inflexión de  $f$ . ■ 21%
  - (d)  $f$  no tiene máximo relativo ni mínimo relativo en 3. ■ 8%
  - no contestan ■ 2%
4. Para dos funciones derivables en  $\mathbb{R}$ ,  $f$  y  $g$ , una de las siguientes igualdades puede ser falsa, incluso siendo posible las operaciones que aparecen.
- (a)  $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ . ■ 10%
  - (b)  $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$ . ■ 3%
  - (c)  $(f \circ g)'(x) = f'(x)g'(x)$ . ■ 62%
  - (d)  $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$ . ■ 8%
  - no contestan ■ 27%
5. Supongamos que una función  $f$  es diferenciable en un punto  $a$  y las derivadas por la derecha y por la izquierda vienen dadas por  $f'(a+)$  y  $f'(a-)$  entonces podemos asegurar que
- (a)  $f'(a) = f'(a+) + f'(a-)$ . ■ 13%
  - (b)  $f'(a-) < f'(a) < f'(a+)$ . ■ 21%
  - (c)  $f'(a) = f'(a+)f'(a-)$ . ■ 3%
  - (d)  $f'(a+) = f'(a-)$ . ■ 38%
  - no contestan ■ 25%

### 3.9.2 Derivadas: Procedimientos.

1. La recta tangente a la curva  $y = x^3 - 3x^2 + x$  en el punto  $(1, -1)$  es:
- |                      |                |
|----------------------|----------------|
| (a) $y = 3x - 6$ .   | ■ 5%           |
| (b) $y = x - 1$ .    | ■ 5%           |
| (c) $y = -3x + 2$ .  | ■ 8%           |
| (d) Ninguna de esas. | ■■■■■■■■■■ 66% |
| no contestan         | ■ 16%          |
2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- |  |                |
|--|----------------|
| (a) Si $f(x) = e^{x^2}$ entonces $f'(x) = e^{2x}$ .    | ■ 5%           |
| (b) Si $f(x) = \ln 2$ entonces $f'(x) = \frac{1}{2}$ . | ■■■■■■ 26%     |
| (c) Si $f(x) = e^x$ entonces $f'(x) = xe^{x-1}$ .      | ■ 3%           |
| (d) Ninguna de las anteriores.                         | ■■■■■■■■■■ 61% |
| no contestan   | ■ 5%           |
3. La función  $f(x) = -x^4 + 2x^2$  es creciente en el intervalo
- |  |                |
|--|----------------|
| (a) $(0, +\infty)$ .                   | ■■■■ 16%       |
| (b) $(-1, 1)$ .                        | ■■■■■ 21%      |
| (c) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ .      | ■■■■■■■■■■ 45% |
| (d) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ . | ■ 8%           |
| no contestan                           | ■ 10%          |
4. La función  $f(x) = |x^2 - 4|$  es cóncava en
- |                                       |           |
|---------------------------------------|-----------|
| (a) $\mathbb{R}$ .                    | ■■■■ 11%  |
| (b) es siempre convexa.               | ■■■■■ 24% |
| (c) $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$ . | ■■■■ 13%  |
| (d) $(-2, 2)$ .                       | ■■■■■ 26% |
| no contestan                          | ■■■■■ 26% |
5. Al aplicar la Regla de L'Hôpital para hallar  $l = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^3}$  obtenemos que
- |  |                |
|--|----------------|
| (a) $\infty$ .   | ■■■■ 11%       |
| (b) $\frac{1}{6}$ .  | ■■■■■■■■■■ 71% |
| (c) $-\frac{1}{3}$ .                                       | ■ 3%           |
| (d) la Regla de L'Hôpital no puede aplicarse en este caso. | ■■■■ 10%       |
| no contestan   | ■■■■ 15%       |

### 3.9.3 Derivadas: Razonamientos.

1. Una función derivable en  $\mathbb{R}$  sólo tiene un punto crítico (derivada nula) en  $x_0 = 2$  y  $f'(1) < 0$  y  $f'(3) > 0$ . Entonces  $x_0 = 2$  es
 

(a) un mínimo.	37%
(b) un máximo.	10%
(c) un punto de inflexión.	16%
(d) puede ser cualquier cosa.	18%
no contestan	29%
  
2. Las derivadas de dos funciones reales  $f$  y  $g$  existen y coinciden en un intervalo  $(a, b)$ , podemos decir entonces que
 

(a) $f(x) = g(x)$ , $(x \in (a, b))$ .	32%
(b) $f(x) - g(x)$ es constante para $x \in (a, b)$ .	21%
(c) $f(x) + g(x)$ es constante para $x \in (a, b)$ .	5%
(d) dos funciones distintas tienen que tener derivadas distintas, pero si las derivadas coinciden las funciones deben ser idénticas.	5%
no contestan	37%
  
3. Sea  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  continua en  $[a, b]$  y derivable en  $(a, b)$  tal que  $f(a) = f(b)$ , entonces
 

(a) existe $\xi \in (a, b)$ tal que $f'(\xi) = 0$ .	32%
(b) existe $f^{-1}: [f(a), f(b)] \rightarrow [a, b]$ y es continua.	11%
(c) existe $\xi \in (a, b)$ tal que $f(\xi) = 0$ .	10%
(d) debe ser $a = b$ .	5%
no contestan	52%
  
4. Si una función continua y derivable en  $\mathbb{R}$  verifica que su derivada no se anula en ningún punto, podemos decir que
 

(a) $f$ no se anula en ningún punto de $\mathbb{R}$ .	5%
(b) $f$ tiene al menos una raíz.	5%
(c) $f$ es creciente o $f$ es decreciente.	50%
(d) $f$ debe ser lineal.	8%
no contestan	32%
  
5. Si  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $a < b$ , es una función continua tal que  $f(a) = f(b) = 0$  y  $f(x) \geq 0$ ,  $(x \in [a, b])$ , entonces
 

(a) alcanza su máximo en los extremos del intervalo.	3%
(b) no es posible asegurar si alcanza o no su máximo valor pero si lo alcanza lo hace en un máximo relativo.	18%
(c) Con toda seguridad alcanza su máximo valor y además lo hace en uno de los distintos máximos relativos que debe tener.	8%
(d) No es una función derivable luego no tiene por qué tener máximos relativos.	11%
no contestan	60%

## 3.10. Integrales.

### 3.10.1 Integrales: Conocimientos.

1. Indica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
- (a) La primitiva del producto de dos funciones es el producto de sus primitivas. 10%
- (b)  $\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx.$  69%
- (c) Si  $f'(x) = g'(x)$  entonces  $f(x) = g(x).$  14%
- (d)  $\int e^{-x^2} dt = e^{-x^2} + k.$  10%  
no contestan 7%
2. Sea  $F$  una primitiva de la función continua  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ . El área limitada por la gráfica de  $f$ , el eje de abscisas y la rectas de ecuaciones  $x = a$  y  $x = b$
- (a) está dada por  $F(b) - F(a).$  24%
- (b) no puede ser calculada usando  $F.$  10%
- (c) está dada por  $F(b) - F(a)$  si  $f(a)$  y  $f(b)$  tienen el mismo signo. 10%
- (d) está dada por  $F(b) - F(a)$  si  $f$  es positiva en el intervalo  $[a, b].$  28%  
no contestan 28%
3. Al realizar el cambio de variable  $u = \frac{x-3}{3}$  en la integral  $\int_0^3 f(x) dx$  resulta:
- (a)  $3 \int_0^1 f(3u+3) du.$  3%
- (b)  $\frac{1}{3} \int_{-1}^0 f\left(\frac{u-1}{3}\right) du.$  14%
- (c)  $3 \int_{-1}^0 f(3u+3) du.$  14%
- (d) ninguna de las anteriores. 34%  
no contestan 35%
4. Indica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:
- (a)  $\int f(x)^n dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} + k,$  si  $n \neq 1.$  31%
- (b)  $\int f(x)^n dx = n f(x)^{n-1} + k,$  si  $n \neq 1.$  10%
- (c)  $\int x f(x) dx = x \int f(x) dx + k.$  10%
- (d)  $\int \pi f(x) dx = \pi \int f(x) dx + k.$  66%  
no contestan 3%
5. Sean  $F_1(x)$  y  $F_2(x)$  dos primitivas de  $f(x)$  en  $[a, b]$ , entonces debe ser
- (a)  $F_1(x) = F_2(x) + \text{constante}.$  41%
- (b)  $F_1(x) = F_2(x).$  3%
- (c)  $\int_a^b F_1(x) dx = \int_a^b F_2(x) dx.$  24%
- (d)  $F_1' = F_2' + \text{constante}.$  7%  
no contestan 25%

### 3.10.2 Integrales: Procedimientos.

1. Indica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

- (a)  $\int e^{x^2} dx = e^{\frac{x^3}{3}} + k.$  ■ 3%  
 (b)  $\int e^t dt = \frac{e^{t+1}}{t+1} + k.$  ■ 9%  
 (c)  $\int e^{x^2} dx = 2xe^{x^2} + k.$  ■ 3%  
 (d)  $\int e^t dt = e^t + k.$  ■ 79%  
 no contestan ■ 6%

2. El área limitada por la gráfica de la función  $f(x) = x$ , el eje de abscisas y las rectas de ecuación  $x = -1$  y  $x = 1$  es:

- (a) 0. ■ 21%  
 (b) 1. ■ 48%  
 (c) 2. ■ 3%  
 (d)  $\frac{1}{2}$ . ■ 3%  
 no contestan ■ 25%

3. Sea  $f(x) = \begin{cases} x-1 & 0 \leq x < 3 \\ \frac{1}{2} & 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$  entonces

- (a)  $\int_0^5 f(x) dx = \frac{5}{2}.$  ■ 45%  
 (b)  $\int_0^5 f(x) dx = \frac{3}{2}.$  ■ 3%  
 (c)  $\int_0^5 f(x) dx = \frac{7}{2}.$  ■ 3%  
 (d)  $\int_0^5 f(x) dx$  no existe. ■ 24%  
 no contestan ■ 25%

4. Una primitiva de  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4}$  es

- (a)  $\ln|x^2 + 4|.$  ■ 27%  
 (b)  $\frac{1}{2} \ln|x^2 + 4|.$  ■ 10%  
 (c)  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}.$  ■ 52%  
 (d)  $\operatorname{arctg} \frac{x}{2}.$  ■ 9%  
 no contestan ■ 12%

5. El valor de  $\int_1^2 \frac{1}{x^2 + 5x + 4} dx$  es

- (a)  $\frac{\ln 5}{3}.$  ■ 6%  
 (b)  $\frac{1}{3} \ln\left(\frac{5}{4}\right).$  ■ 36%  
 (c)  $\ln 5.$  ■ 10%  
 (d)  $-\frac{2}{45}.$  ■ 6%  
 no contestan ■ 52%

### 3.10.3 Integrales: Razonamientos.

1. La aceleración de un automóvil viene dada en cada instante  $t$  por  $a(t) = 10t$ . Por consiguiente, el espacio recorrido por dicho automóvil es:
- |   |     |
|---|-----|
| (a) una función de la forma $10t + b$ . | 18% |
| (b) un polinomio de segundo grado.      | 18% |
| (c) una función constante.              | 18% |
| (d) un polinomio de tercer grado.       | 18% |
| no contestan                            | 28% |
2. Se sabe que las gráficas de las primitivas de una función  $f$  son rectas paralelas al eje de abscisas. Esto indica que  $f$ :
- |                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| (a) está definida por $f(x) = x$ . | 11% |
| (b) está definida por $f(x) = 0$ . | 25% |
| (c) es una recta.                  | 11% |
| (d) es una constante.              | 32% |
| no contestan                       | 21% |
3. Supongamos que  $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$ , siendo  $a > 0$ . Entonces:
- |  |     |
|--|-----|
| (a) $f$ es siempre positiva.                   | 18% |
| (b) $f$ alcanza valores positivos y negativos. | 18% |
| (c) $f$ no es simétrica respecto al origen.    | 18% |
| (d) Se verifica que $f(a) > f(-a)$ .           | 14% |
| no contestan                                   | 32% |
4. Sean  $f$  y  $g$  dos funciones integrables en un intervalo  $[a, b]$ . Señala cuál de las siguientes es, en general, falsa:
- |   |     |
|---|-----|
| (a) $\int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx$ ( $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ). | 4%  |
| (b) Si $f(x) \leq g(x)$ , para $x \in [a, b]$ , entonces $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$ .                                 | 11% |
| (c) $\int_a^b f(x)g(x) dx = f(x) \int_a^b g(x) dx + g(x) \int_a^b f(x) dx$ .  | 50% |
| (d) $\int_a^b (f(x) + g(x))^2 dx \geq 0$ .  | 10% |
| no contestan  | 35% |
5. Sabemos que una función  $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  es continua y que  $\int_1^4 f(x) dx = 0$ , entonces, podemos asegurar que:
- |  |     |
|--|-----|
| (a) $f$ debe ser constante.              | 11% |
| (b) $\int_1^4 (f(x))^2 dx = 0$ .         | 10% |
| (c) $f$ es simétrica respecto al origen. | 7%  |
| (d) ninguna de las anteriores.           | 61% |
| no contestan                             | 21% |