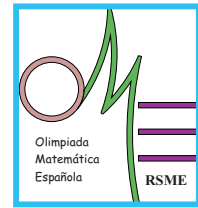




# LVIII OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Primera fase, curso 2021 - 2022



## Mañana del viernes 21 de enero de 2022

### Sesión única

---

**Problema 1.** Un número  $n$  de siete cifras es *bonito* si se puede expresar como la suma de dos números de siete cifras  $s$  y  $t$ , tales que todas las cifras de  $s$  son impares y todas las cifras de  $t$  son pares.

Determinar cuáles de los siguientes números son bonitos:

6204773, 6372538, 7343053, 8993267, 9652393.

**Problema 2.** Sea  $ABC$  un triángulo isósceles con  $\angle BAC = 100^\circ$ . La bisectriz del ángulo  $\angle CBA$  corta al lado  $AC$  en el punto  $D$ .

Demostrar que  $BD + DA = BC$ .

**Problema 3.** Sean  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  números reales diferentes, de manera que ninguno de ellos es igual a 0. Supongamos que

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_5^2)(a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_6^2) = (a_1a_2 + a_2a_3 + \dots + a_5a_6)^2.$$

Demostrar que los números  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  están en progresión geométrica.

**Problema 4.** Un grupo de 12 piratas de edades diferentes se reparte 2022 monedas, de manera que cada pirata (salvo el más joven) tiene una moneda más que el siguiente más joven. A continuación, cada día se procede de la siguiente manera: se escoge a un pirata que tenga al menos 11 monedas, y ese da una moneda a todos los demás.

Encontrar el mayor número de monedas que un pirata puede llegar a tener.

*No está permitido el uso de calculadoras,  
libros, o dispositivos electrónicos.  
Cada problema vale 7 puntos.  
Tiempo máximo: 4 horas y media*